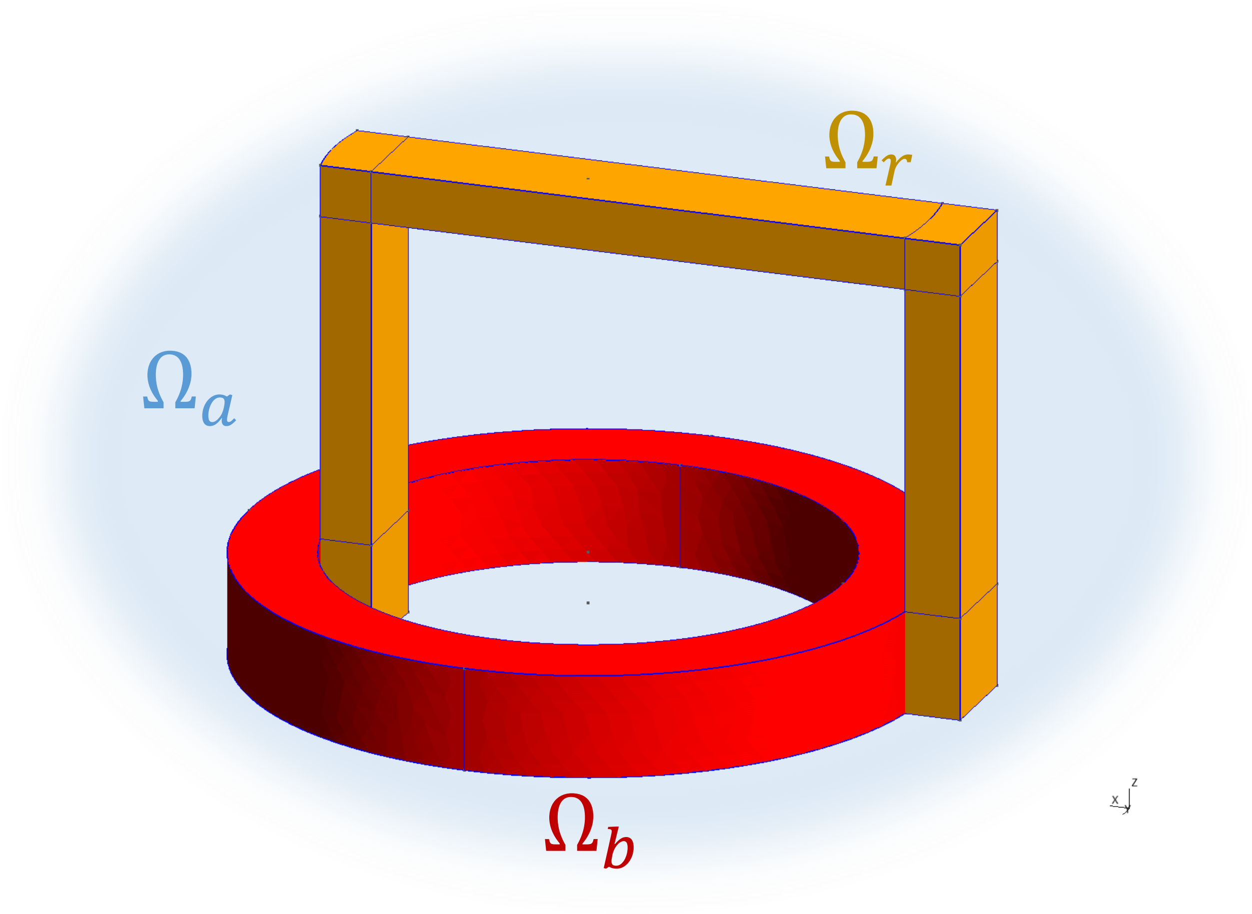
Géométrie



Le domaine simulé Ω se décompose en :

Ω_b = bobinage

Ω_r = circuit de retour du courant

Ω_a = air (infini en théorie, compact pour la simulation)

$\Omega_c = \Omega_b \cup \Omega_r$ = domaine « conducteur »

$\overline{\Omega_c}$ $(= \Omega_a)$ = domaine « isolant »

Problème

- Calculer le champ magnétique généré dans Ω par la bobine lorsque le courant dans la boucle de retour $I_{psu}(t)$ est imposé
- On utilise comme inconnue le champ magnétique h (une 1-forme) :

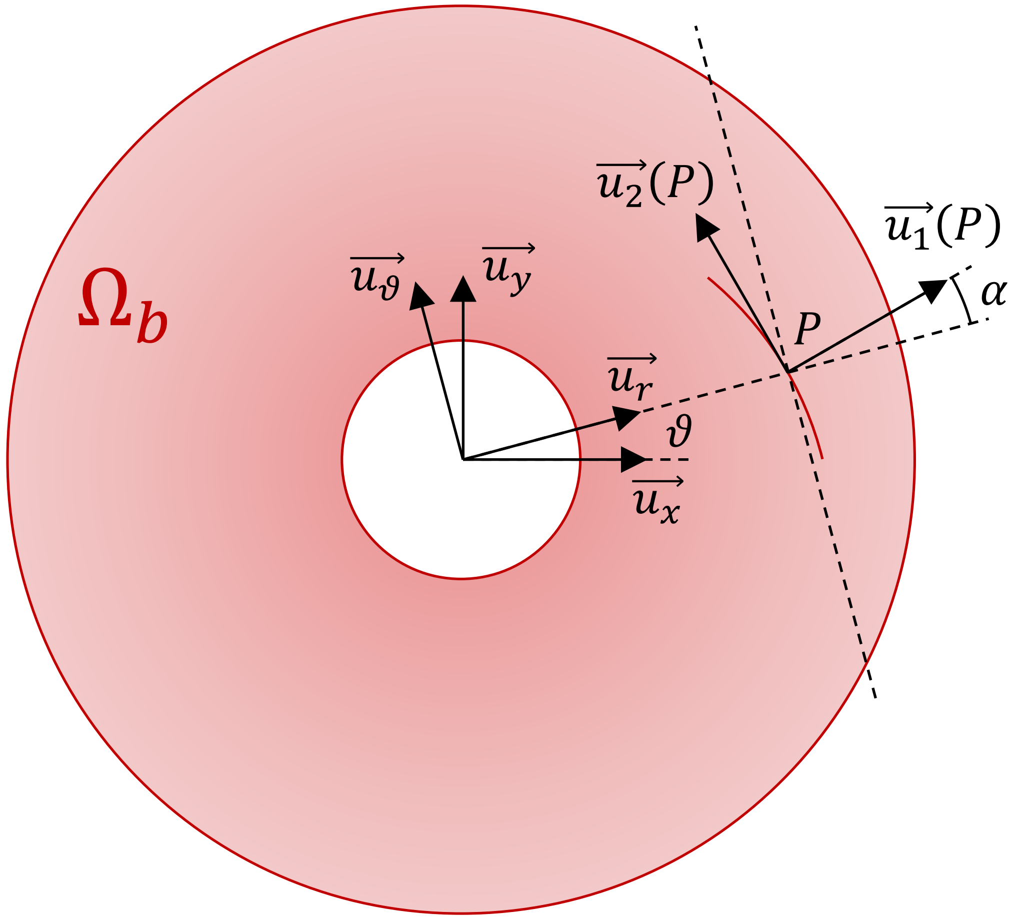
$$h \in \mathcal{H}(\Omega) = \left\{ \begin{array}{c} h \in \mathcal{F}^1(\Omega) \\ \exists \varphi \in \mathcal{F}^0(\overline{\Omega_c}), h = -\mathrm{d}\varphi \text{ dans } \overline{\Omega_c} \\ \mathrm{t}_{\partial\Omega_c}\mathrm{d}h = 0 \end{array} \right\}$$

- La forme faible du problème est :

$$\int_\Omega \partial_t \mu h \wedge h' + \int_{\Omega_c} \rho \star \mathrm{d}h \wedge \mathrm{d}h' = 0, \forall h' \in \mathcal{H}(\Omega)$$

- Les deux particularités du problème sont la forme de ρ et $\overline{\Omega_c}$ qui n'est pas simplement connexe

Résistivité orthotrope de la bobine



- La bobine réelle est formée par un conducteur plat enroulé en spirale
- Ω_b est un tore ouvert à section rectangulaire modélisé comme un milieu continu
- $\forall P(r, \vartheta, z) \in \Omega_b$ on définit une matrice de résistivité locale orthotrope :

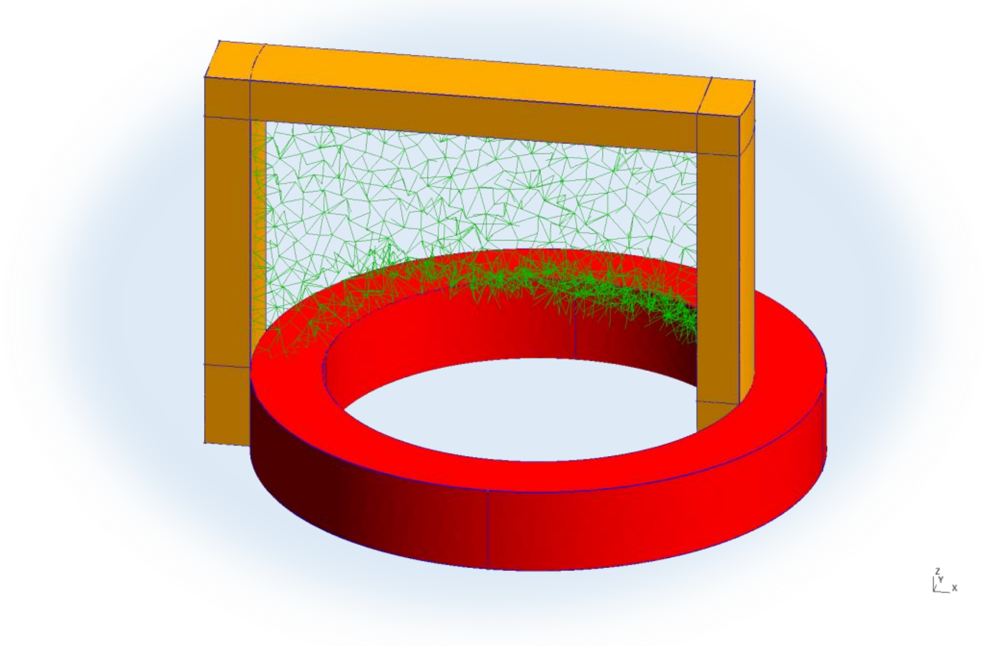
$$\vec{e} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \end{pmatrix}$$

- Dans le cas usuel $\rho_2 \ll \rho_1$, ce qui « guide » le courant dans la direction de la spirale. L'angle $\alpha(P)$ est dépendant du nombre de tours de la bobine.
- A l'avenir, on aura ρ_2 aussi fonction de h, j…

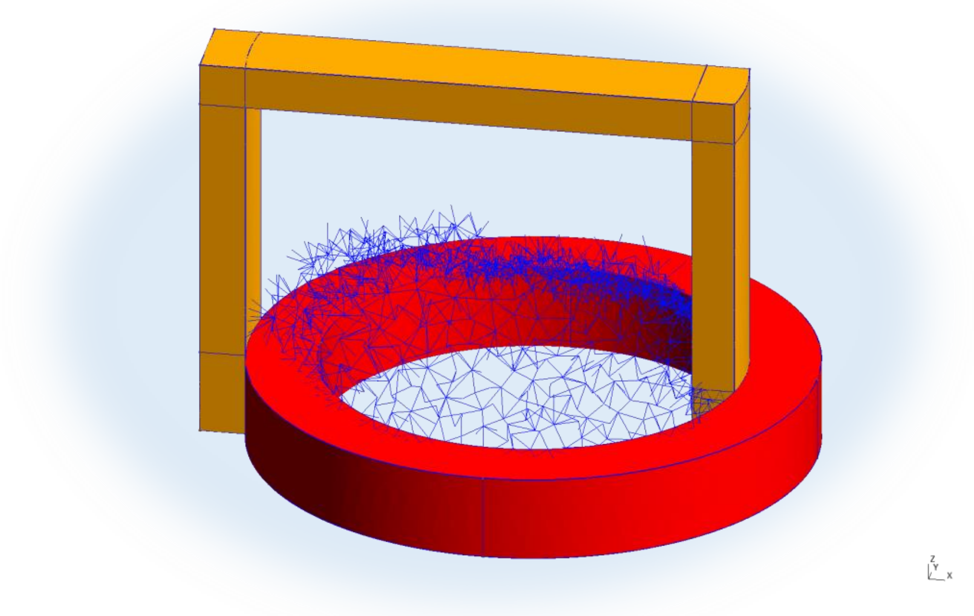
Coupes

Comme $\overline{\Omega_c}$ n'est pas simplement connexe, φ n'est pas exacte et deux cochaînes d'éléments d'arêtes sont nécessaires pour introduire les sauts du potentiel scalaire

Cochaîne 1 : $\Delta\varphi = I_{psu}(t)$ *[A]*



Cochaîne 2 : $\Delta\varphi$ inconnu. En pratique, $\Delta\varphi$ est le nombre d'Ampères-tours de la bobine.



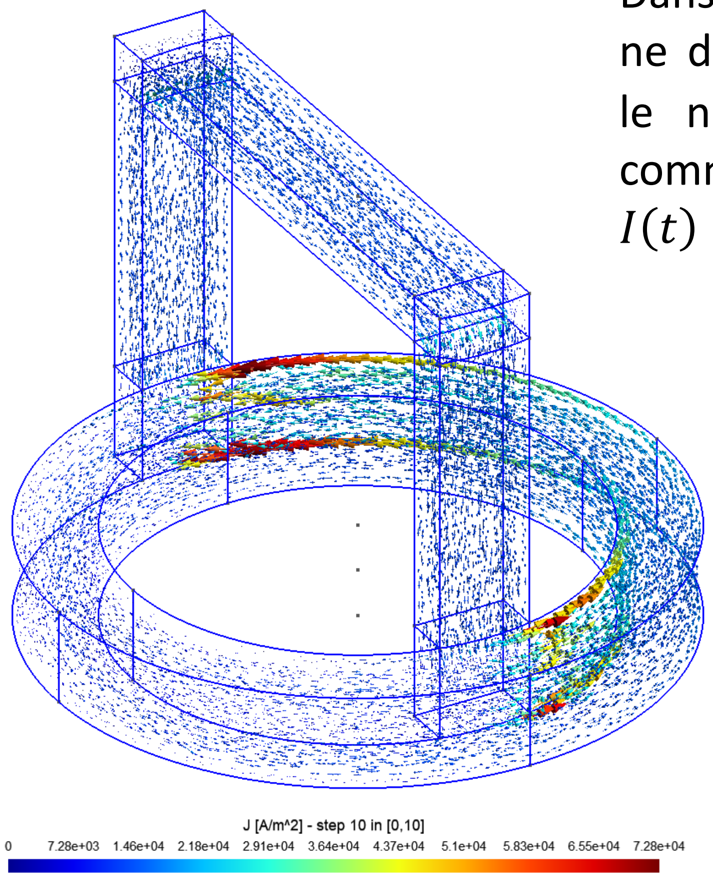
Forme actuelle de la solution

- Je cherche une solution sous la forme suivante :

$$h = \sum_{e_i \in \mathcal{E}(\Omega_c \backslash \partial\Omega_c)} h_i e_i + \sum_{n_j \in \mathcal{N}(\overline{\Omega_c})} \varphi_j \mathrm{d}n_j + I_{psu}(t). \sum_{e_k \in \mathcal{E}(\mathcal{C}_1)} z_k e_k + I. \sum_{e_l \in \mathcal{E}(\mathcal{C}_2)} z_l e_l$$

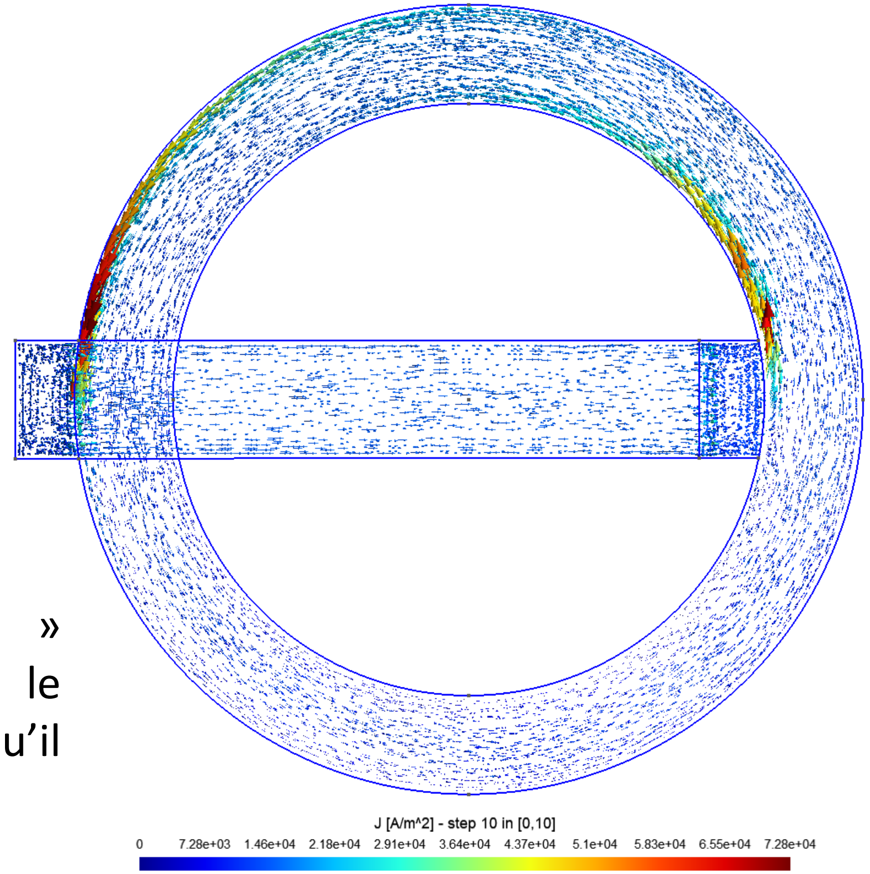
- Les coefficients $\left(h_i, \varphi_j, I\right)$ sont les inconnues
- Ce que je n’arrive pas à comprendre c’est est-ce que ρ porte bien en elle l’information sur le nombre de tours de la bobine ou est-ce qu’il faut que je rajoute une équation (peut-être sur les tensions ?)

Exemple de résultat



Dans ce cas où $\rho_2 \ll \rho_1$ ma simulation ne donne pas $I(t) = n.I_{psu}(t)$ (n est le nombre de tours de la bobine) comme je m'y attendrais mais plutôt $I(t) = I_{psu}(t)$…

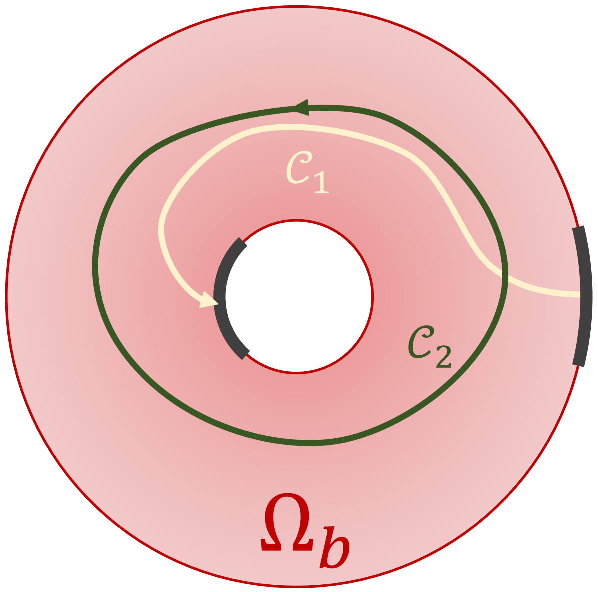
Est-ce qu'il faut « simplement » ajouter un facteur $1/n$ devant le dernier terme de h ou bien est-ce qu'il me manque une équation ?



Contrainte sur les tensions ?

- $I_{PSU}(t)$ circule du + au – de la bobine en suivant un chemin $\sim \mathcal{C}_1$
- Tension le long de $\mathcal{C}_1$: $\Delta U^1 = U_r^1 + U_\theta^1$
- U_r^1 est causée par la traversée par I_{PSU} des N barrières entre les tours en série.

- $I(t)$ inconnu se reboucle dans la bobine en suivant un chemin $\sim \mathcal{C}_2$
- Tension le long de $\mathcal{C}_2$: $\Delta U^2 = U_r^2 + U_\theta^2 = 0$ (cycle)
- $U_r^2 (= -U_\theta^2)$ est causée par la traversée par I d'une seule barrières entre les tours.



- Conséquemment, j'imagine que I doit être imposé d'après le résultat d'une équation portant sur U